

# 국소 차등 개인정보 보호를 위한 유계 계단 메커니즘에 관한 연구

김준영, 박재민, 이시현  
한국과학기술원 전기 및 전자공학부

jun0kim@kaist.ac.kr, jaemin.park@kaist.ac.kr, sihyeon@kaist.ac.kr

## A Study on Bounded Staircase Mechanism for Local Differential Privacy

Jun-Yeong Kim, Jae-Min Park, Si-Hyeon Lee  
School of Electrical Engineering  
KAIST

### 요약

인공지능과 사물인터넷, 빅데이터 등 정보통신기술이 널리 활용됨에 따라 많은 사용자 정보가 다양한 기업과 기관들에 수집되어 통계, 마케팅 전략 수립 등에 사용되고 있다. 그러나 이에 따라 수집되는 사용자 데이터로부터 개인정보가 유출될 위험성이 존재한다. 본 논문에서는 입력과 출력의 범위가 제한된 상황에서 차등적 정보보호 강도와 실제 값과의 오차 사이의 trade-off 를 개선하는 유계 계단 메커니즘 (bounded staircase mechanism)을 설계하고 분석한다.

### I. 서론

Privacy-utility trade-off (PUT)는 사용자의 개인정보 보호를 위한 입력 데이터 변형과 이에 따른 데이터 수집단 (서버)의 통계적 추론 성능 저하 간의 trade-off 를 일컫는다.

개인정보 보호 메커니즘의 출력 범위가 제한된 상황에서 bounded Laplace mechanism [1]이 활용될 수 있다 [2]. 본 논문에서는 bounded Laplace mechanism 과 같이 출력 범위가 제한되어 있는 동시에 그보다 더 좋은 PUT 를 달성할 수 있는 bounded staircase mechanism 을 제시한다.

### II. 본론

#### 1. System Model

본 논문에서는 개인정보 보호 제약이 있는 평균 추정 문제를 고려한다. 고려하는 모델에는  $n$  명의 사용자가 있으며, 사용자 데이터  $t \in \mathbb{R}$  은 원래 데이터가 가지는 사전 확률분포  $P_T(t)$ 에 따라 IID 하게 생성된다. 여기서  $P_T$  는  $[l, u] \subset \mathbb{R}$  ( $l < u$ ) 위에서 정의된 확률 분포라 가정한다. 생성된 사용자 데이터  $t$ 는 잡음 추가 개인정보 보호 메커니즘의 잡음 분포  $P_{X|T}$  를 통해 변형된 출력  $Y = t + X$  를 생성한다. 이때, 메커니즘  $P_{Y|T}$  는  $P_T$  와 동일한 영역  $[l, u]$  위에서 정의된 확률 분포라 가정한다. 이후 서버는 사용자들로부터  $y$  를 수집하고, 이를 활용하여 통계적 추론을 수행한다. 통계적 추론이 정확하기 위해서는 메커니즘의 입력  $t$  와 출력  $y$  가 유사해야 한다. 따라서 본 논문에서는 메커니즘 입출력 사이의 평균 제곱 오차가 작을 수 있는 메커니즘을 설계한다.

사용자 데이터 보호를 위한 지표인  $\epsilon$  - local differential privacy 는 아래와 같다.

#### Definition 1. $\epsilon$ - local differential privacy [3]

개인정보 보호 메커니즘  $P_{Y|T}$ 와 임의의 입력 값  $t, t' \in \mathcal{T}$ , 출력 값  $y \in \mathcal{Y}$ ,  $\epsilon > 0$ 에 대하여 아래의 식을 만족한다면, 해당 메커니즘은  $\epsilon$  - LDP를 만족한다.

$$P_{Y|T}(y|t) \leq e^\epsilon \cdot P_{Y|T}(y|t'), \forall t, t', y$$

서버에서의 통계적 추론 정확도에 대한 지표는 아래 정의된 mean squared error (MSE) loss 를 고려한다.

#### Definition 2. 평균 제곱 오차

잡음 추가 개인정보 보호 메커니즘  $P_{Y|T}$ 가  $P_T$ 와 동일한 영역  $[l, u]$  위에서 정의된 확률 분포일 때,  $Y = T + X$ 이며, MSE loss 는 아래와 같이 정의한다.

$$\mathbb{E}_T \left[ \mathbb{E}_{Y|T}[(Y - t)^2 | T = t] \right] = \mathbb{E}_T \left[ \mathbb{E}_{X|T}[X^2 | T = t] \right]$$

#### 2. Bounded Staircase Mechanism

본 논문은 메커니즘 입력과 출력의 제약이 없는 상황에서 최적의 PUT 를 가지는 계단 메커니즘 [4]을 입력과 출력이 제약이 동일한 범위를 가지는 상황에 맞게 변형하여 제시한다.

#### Definition 3. 민감도 [4]

임의의 함수  $q: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 에 대해 민감도는 아래와 같이 정의된다.

$$\Delta(q) := \max_{t_1, t_2 \in \mathbb{R}} |q(t_1) - q(t_2)|$$

#### Definition 4. 계단 메커니즘 [4]

임의의 함수  $q$ 와 민감도  $\Delta(q)$ 에 대해,  $\gamma \in [0,1]$ ,  $\epsilon > 0$ 가 주어졌을 때 더해지는 잡음의 확률 밀도함수  $f_{\gamma,\epsilon}$ 는 아래와 같이 정의된다.

$$f_{\gamma,\epsilon}(x) = \begin{cases} a(\gamma,\epsilon) & x \in [0, \gamma\Delta(q)) \\ e^{-\epsilon}a(\gamma,\epsilon) & x \in [\gamma\Delta(q), \Delta(q)) \\ e^{-k\epsilon}f_{\gamma,\epsilon}(x - k\Delta(q)) & x \in [k\Delta(q), (k+1)\Delta(q)) \text{ for } k \in \mathbb{N} \\ f_{\gamma,\epsilon}(-x) & x < 0 \end{cases}$$

여기서,  $a(\gamma,\epsilon)$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$a(\gamma,\epsilon) = \frac{1 - e^{-\epsilon}}{2\Delta(q)(\gamma + e^{-\epsilon}(1-\gamma))}$$

#### Definition 5. 유계 계단 메커니즘 (제안 메커니즘)

임의의 함수  $q$ 와 민감도  $\Delta(q)$ 에 대해  $\gamma \in [0,1]$ ,  $\epsilon > 0$ ,  $\hat{\epsilon} > 0$ ,  $t \in \mathbb{R}$ 이 주어졌을 때 더해지는 잡음의 확률 밀도함수  $\hat{f}_{\gamma,\epsilon,\hat{\epsilon},t}$ 는 아래와 같이 정의된다.

$$\hat{f}_{\gamma,\epsilon,\hat{\epsilon},t}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\hat{a}_t(\gamma,\hat{\epsilon})}f_{\gamma,\epsilon}(x) & \text{if } l-t \leq x \leq u-t \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

여기서,  $\hat{a}_t(\gamma,\hat{\epsilon})$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$\hat{a}_t(\gamma,\hat{\epsilon}) = \int_{l-t}^{u-t} f_{\gamma,\epsilon}(x) dx$$

#### Theorem 6.

$P_T$ 와  $P_{Y|T}$ 가 동일한 영역  $[l,u]$  위에서 정의된 확률 분포이며,  $Y = T + X$ 이고, LDP 상황이므로  $q(t) = t$ 라는 가정하에 정의 5의 bounded staircase mechanism이  $\epsilon$ -LDP를 항상 만족하기 위한  $\hat{\epsilon}$ 은 아래 표 1과 같다.

| Case                          | $\hat{\epsilon}$   |
|-------------------------------|--|
| $0 \leq \gamma < \frac{1}{2}$ | $\log\left\{\frac{2(1-\gamma)e^\epsilon}{-(\gamma e^\epsilon - 1 + 2\gamma) + \sqrt{(\gamma e^\epsilon - 1 + 2\gamma)^2 + 8\gamma(1-\gamma)e^\epsilon}}\right\}$ |
| $\frac{1}{2} \leq \gamma < 1$ | $\log\left\{\frac{2(1-\gamma)e^\epsilon}{-\gamma e^\epsilon + \sqrt{(\gamma e^\epsilon)^2 + 4\gamma(1-\gamma)e^\epsilon}}\right\}$                               |
| $\gamma = 1$                  | $\epsilon$   |

표 1.  $\epsilon$ -LDP를 만족하기 위한  $\hat{\epsilon}$

공간의 제약으로 인해 위 정리의 자세한 증명은 생략한다. 간략하게 언급하자면, bounded staircase mechanism의 worst case 입력  $t_1, t_2$ 에 대해  $\epsilon$ -LDP를 만족하도록 하는  $\hat{\epsilon}$ 의 범위를 계산하여 가장 큰 값을 선정했다.

그림 1은 설정한 시스템 모델에서 제안한 메커니즘과 standard staircase mechanism 확률밀도함수 비교이다. 입력  $t$ 는 18이고,  $l, u, \gamma, \epsilon$ 은 각각 10, 20, 0.3, 1이며, 정리 6을 만족하는  $\hat{\epsilon}$ 은 약 0.7703의 값을 갖는다. 그림 1을 통해 제안한 메커니즘은 standard staircase mechanism과는 다르게  $\gamma, \epsilon$ 뿐만 아니라 입력  $t$ 에 의해서도 확률 밀도 함수가 달라지는 것을 알 수 있다.

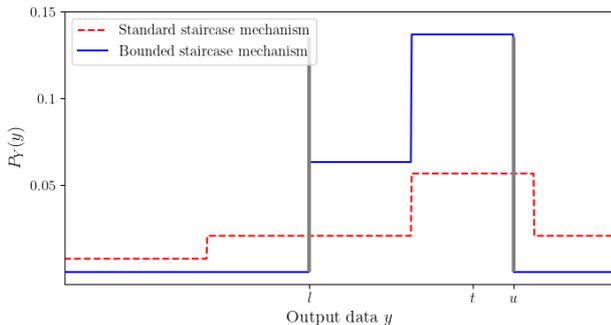


그림 1. 확률밀도함수 비교

### 3. Numerical Result

설정된 시스템 모델에서 제안한 메커니즘의 PUT를 확인하고 bounded Laplace mechanism과의 성능을 비교하기 위해 임의의 데이터를 사용하여 두 메커니즘의 MSE loss를 실험적으로 확인한다.

유계 메커니즘은 사람의 키와 같이 유의미한 영역을 가지는 데이터에 적용하기에 적절하다 [1]. 본 논문에서는 대한민국 통계청의 2013년 25~29세 남성 키 통계 [5]를 토대로 평균 1.758m 표준편차 0.0538을 가지는 정규분포를 가정하고 100,000개의 임의의 데이터를 생성했다. 그림 2는 생성된 데이터의 최소값 1.67m와 최대값 1.85m를  $l, u$ 로 사용하여  $0.2 \leq \epsilon \leq 10$ 에서 MSE loss를 비교한 결과이다. 그림에서 볼 수 있듯이, 해당 실험 조건 하에서  $\epsilon$ 이  $0.2 \leq \epsilon \leq 10$ 에 포함될 경우  $\gamma$ 를  $0.16 \leq \gamma \leq 0.22$ 에서 선정했을 때 bounded Laplace mechanism보다 제안한 메커니즘이 더 낮은 MSE를 달성한다는 것을 확인했다.

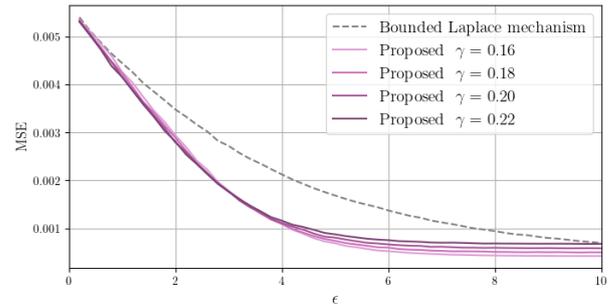


그림 2. 제안한 메커니즘과 bounded Laplace 비교

### III. 결론

본 논문에서는 입출력 데이터의 범위가 제한된 상황에서 국소 차등 개인정보 보호와 통계적 추론 성능을 고려한 bounded staircase mechanism을 제안했으며, 주어진 개인정보 보호 파라미터  $\epsilon$ 에 대해 bounded Laplace mechanism 대비 trade-off가 개선되는  $\gamma$ 영역이 존재하는 것을 실험적으로 보였다.

### ACKNOWLEDGMENT

본 연구는 과학기술정보통신부 및 정보통신기획평가원의 지원을 받아 수행된 연구임 [RS-2023-00215700, 신리 가능한 메타버스: 블록체인 기반 융합 연구].

### 참고 문헌

- [1] N. Holohan, S. Antonatos, S. Braghin, and P. M. Aonghusa, "The bounded Laplace mechanism in differential privacy," arXiv preprint arXiv:1808.10410, 2018.
- [2] V. C. Nair, G. M. Gonzalo, and D. Song, "Going incognito in the metaverse: Achieving theoretically optimal privacy-usability tradeoffs in VR," in Proc. 36th Annu. ACM Symp. User Interface Softw. Technol., 2023.
- [3] C. Dwork and A. Roth, "The Algorithmic Foundations of Differential Privacy," Now, 2014.
- [4] Q. Geng and P. Viswanath, "The optimal noise-adding mechanism in differential privacy," IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 62, no. 2, pp. 925-951, Feb. 2016.
- [5] 국가통계포털, "2013년 대한민국 성인 남성 신장," 2013. [Online]. Available: [https://kosis.kr/statHtml/statHtml.do?orgId=113&tblId=D\\_T\\_113\\_STBL\\_1020213](https://kosis.kr/statHtml/statHtml.do?orgId=113&tblId=D_T_113_STBL_1020213)