

Flag 큐비트를 활용한 서피스 부호의 결합허용 신드롬 추출 방법

강유진, 정유신, Huidan Zheng, 오현수, Shengyue Heng, 허준*

고려대학교

yujin20@korea.ac.kr, jeongys604@korea.ac.kr, hyedan@korea.ac.kr, pypaul@korea.ac.kr, shengyue98@korea.ac.kr, *junheo@korea.ac.kr

Fault-tolerant syndrome extraction using flag qubits in surface code

Kang Yu Jin, Youshin Chung, Huidan Zheng, Hyunsu Oh, Shengyue Heng, Heo Jun*
Korea Univ.

요약

본 논문은 Flag 큐비트를 Code distance 가 3 인 서피스 부호의 신드롬 추출 회로에 적용하여, 결합허용 시스템을 구성하였다. 오류 전파(Error propagation)에 의해 weight 가 2 이상인 오류가 발생할 경우, 전파된 오류는 Flag 큐비트가 지닌 정보에 반영되므로 측정 과정에서 이를 알아챌 수 있다. Flag 정보를 추출하는 회로는 $[[5,1,3]]$, $[[7,1,3]]$ 코드에 사용되었던 세 가지 방식을 적용하였으며, 각 방식마다 수행 시간 및 물리적 자원 측면에서 이득을 제시하였다.

I. 서론

양자 채널에서 사용되는 물리적 큐비트는 불안정한 특성을 지니므로, 양자 오류 정정 부호(Quantum Error Correction Code, QECC)로 인코딩 하여 양자 정보를 보호한다. QECC 를 사용하여 여러 개의 물리적 큐비트를 하나의 논리적 큐비트로 인코딩하면, 물리적 큐비트 단에서 오류가 발생하더라도 논리적 큐비트 단위의 정보를 복원할 수 있다. QECC 의 정정 능력은 Code distance 에 따라 결정되며, 인코딩 블록마다 오류 정정이 유지되는 경우 해당 시스템을 결합 허용 양자 시스템(Fault-tolerant quantum system)이라고 한다[1-2].

서피스 부호(Surface Code)는 QECC 의 일종으로, 근거리 연산만을 요구하기 때문에 구현이 용이하다. 또한 서피스 부호의 높은 Threshold 는 많은 양자 시스템의 요구조건을 충족하고 있다[3-5]. 그러나 4 개의 CNOT 과 1 개의 Measurement 큐비트만으로 구성된 신드롬 추출 회로는 오류 전파(Error propagation)가 발생할 경우, 결합허용 시스템이 유지되지 않는다. 따라서 오류 전파를 알리는 Flag 정보를 추가한다면, 결합허용 시스템을 유지할 수 있다. 기존에는 1 개의 새로운 큐비트를 추가하여 Flag 로 사용하거나, Measurement 큐비트들이 서로의 Flag 역할을 하는 연구가 수행되었으며, $[[5,1,3]]$ 및 $[[7,1,3]]$ 부호의 신드롬 추출 회로에 적용되었다[6-7]. 본 연구에서는 Code distance 가 3 인 서피스 부호의 신드롬 추출 회로에 이를 적용하고, 수행 시간 및 물리적 자원 측면에서 각 기법의 이득을 분석하였다.

II. 본론

서피스 부호는 인접 4 개의 큐비트에 동작하는 X 와 Z stabilizer로 물리적 큐비트를 인코딩 한다. 그림 1은 code

distance 가 3 인 서피스 부호와 대응되는 Stabilizer 를 나타낸 것이다. 흰색 원은 사용자가 원하는 연산이 수행되는 Data 큐비트이며, 빨간색과 하늘색 원은 각각 Z 와 X stabilizer 의 Measurement 큐비트이다. 오른쪽에 있는 그림은 Data qubit 에 지정된 숫자에 따라서 각 면과 교차점에 존재하는 Z 와 X stabilizer 를 표기한 것이다.

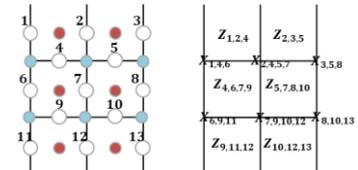


그림 1. Code distance 가 3 인 서피스 부호(왼쪽) 및 대응되는 Stabilizer(오른쪽)

그림 2 에서 제시한 X 와 Z stabilizer 의 신드롬 추출 회로는 1-2-3-4 큐비트 순서대로 수행되며, 회로를 완전히 수행하기까지 초기화, Hadamard, CNOT, Measurement 를 계산하면 총 8 개의 스텝이 소요된다.

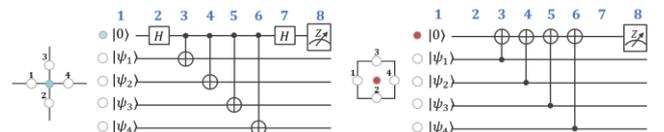


그림 2. X 와 Z stabilizer 의 신드롬 추출 회로

그림 2 의 Z stabilizer 신드롬 추출 회로에서 4 번과 5 번 스텝 이후 Measurement 큐비트에 Z 오류가 발생한다면, Z 오류는 CNOT 연산을 통해 전파되므로 두 개의 큐비트에 Z 오류를 유발한다. 이는 오류 정정 능력을 벗어나는 일이므로, 이를 알아챌 수 있는 Flag 정보가 있다면 결합허용 시스템을 유지할 수 있다. [6]에서 제시된 신드롬 추출 회로는 $[[5,1,3]]$ 부호의 신드롬 추출회로에 Flag 큐

빗을 추가하고, 오류 전파가 발생한 경우 Flag 큐비트의 정보에 변화가 생기도록 회로를 구성하는 방식이다. 그림 3은 이를 서피스 부호의 Z stabilizer 신드롬 추출 회로에서 적용한 것으로, 1개의 새로운 큐비트와 2개의 CNOT이 추가되었으며 총 10 스텝이 소요된다.

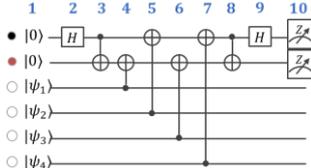


그림 3. 신드롬 1 개를 추출하는 회로에 Flag 큐비트 적용

[7]에서는 [[7,1,3]]의 신드롬 추출회로를 대상으로 Flag 큐비트 추가 없이 Flag 정보를 확인하였다. 그림 4는 이를 적용하여, 서피스 부호의 X stabilizer 1개와 Z stabilizer 1개의 신드롬을 하나의 회로에서 추출하고, X/Z stabilizer에 대한 Flag 정보는 Z/X stabilizer의 Measurement 큐비트에서 확인한다. 그림 5는 [7]의 방법을 토대로 X stabilizer 1개와 Z stabilizer 2개의 신드롬을 한 회로에서 추출하며, 서로의 Measurement 큐비트가 번갈아서 Flag 역할을 수행한다. 그림 4와 그림 5의 회로 모두 2개의 CNOT 연산(검은색)만 추가하였다.

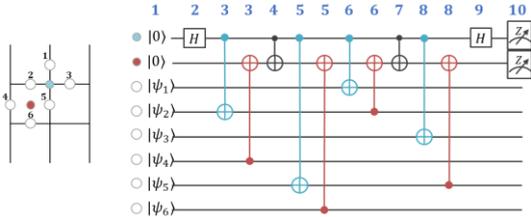


그림 4. 신드롬 2 개를 추출하는 회로에 Flag 큐비트 적용

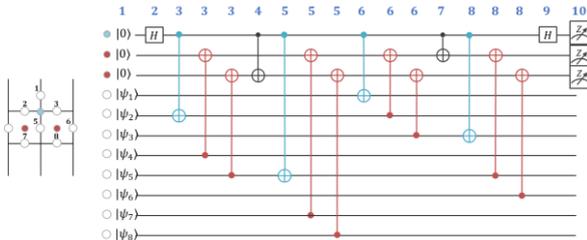


그림 5. 신드롬 3 개를 추출하는 회로에 Flag 큐비트 적용

표 1은 Code distance가 3인 서피스 부호를 기준으로 회로 별 소요자원을 정리한 것이다. 회로의 소요 시간은 회로 스텝 수에 비례하며, 물리적 자원은 연산 및 큐비트 수에 해당한다. 표 1에 따르면, 모든 방식에서 스텝 수는 동일하지만 신드롬 1 개를 추출하는 경우에서만 물리적 큐비트가 추가로 요구되었다. 또한 추가로 사용되는 물리적 연산 수는 동시에 추출하는 신드롬의 개수가 많아질수록 감소하였다. 따라서 동시에 추출할 수 있는 신드롬의 개수가 많아질수록 소요 시간 측면의 변화는 없지만, 물리적 자원 감소 효과를 기대할 수 있다.

	신드롬 1 개 추출 회로	신드롬 2 개 추출 회로	신드롬 3 개 추출 회로
회로 수행 스텝 수	10	10	10
추가 물리적 연산 수	36	12	10
추가 물리적 큐비트 수	12	0	0
참고문헌	[6]	[7]	[7]

표 1. Flag 활용 방식에 따른 소요자원 비교

III. 결론

기존의 [[5,1,3]], [[7,1,3]] 부호에서 Flag 정보를 통해 오류 전파를 알아내는 방식을 적용하여, 서피스 부호의 신드롬 추출 회로에 Flag 정보를 알아낼 수 있는 연산을 추가하였다. 따라서 오류 정정 능력을 넘어서는 오류 전파 발생 시, Flag 정보의 변화를 통해 이를 파악하고 제시작 하여 결함허용 시스템을 유지할 수 있다. 서피스 부호의 신드롬 추출 회로는 그림 3부터 그림 5에 제시하였으며, 소요 자원을 표 1에 정리하였다. 모든 방식에서 소요 시간은 동일했으나, 하나의 회로에서 추출하는 신드롬의 개수가 증가할수록 물리적 자원이 감소하였다. [6-7]에서 제시된 방식 이외에도, [8-9]처럼 Flag 정보를 추출하는 방식 자체를 개선한다면 물리적인 자원 외에도 추가적인 이득을 기대할 수 있을 것이다.

ACKNOWLEDGMENT

이 연구(논문/보고서 등)는 ETRI 부설연구소의 위탁연구과제 [2023-117]로 수행한 연구결과입니다. 이 논문은 2023년도 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. 2019R1A2C2010061). 본 연구 논문은 정부(과학기술정보통신부)의 재원으로 정보통신기획평가원의 지원을 받아 수행된 연구임 (No. 2020-0-00014, 결함허용 논리양자큐비트 환경을 제공하는 양자운영체제 원천기술 개발).

참 고 문 헌

- [1] Devitt, Simon J., William J. Munro, and Kae Nemoto. "Quantum error correction for beginners." Reports on Progress in Physics 76(7), 2013.
- [2] Nielsen, Michael A., and Isaac L. Chuang. "Quantum computation and quantum information." Phys. Today 54(2), 2001.
- [3] Fowler, Austin G., et al. "Surface codes: Towards practical large-scale quantum computation." Physical Review A 86(3), 2012.
- [4] Horsman, Dominic, et al. "Surface code quantum computing by lattice surgery." New Journal of Physics 14(12), 2012.
- [5] Wang, David S., Austin G. Fowler, and Lloyd CL Hollenberg. "Surface code quantum computing with error rates over 1%." Physical Review A 83.2 (2011): 020302.
- [6] Chao, Rui, and Ben W. Reichardt. "Quantum error correction with only two extra qubits." Physical review letters 121(5), 2018.
- [7] Reichardt, Ben W. "Fault-tolerant quantum error correction for Steane's seven-qubit color code with few or no extra qubits." Quantum Science and Technology 6(1), 2020.
- [8] Chamberland, Christopher, et al. "Triangular color codes on trivalent graphs with flag qubits." New Journal of Physics 22(2), 2020.
- [9] Chao, Rui, and Ben W. Reichardt. "Flag fault-tolerant error correction for any stabilizer code." PRX Quantum 1(1), 2020.